高斯激光束焦点的强度分布特性*

杨淑连 荣 玮
(山东工程学院, 淄博, 255012)

摘要 本文提出了一种确定高斯激光束焦点的性质，包括腰半径、位置以及强度分布的普遍方法。对在激光平面内，照明面积作为强度的函数进行了分析，这些结论在确定激光粒子计数器的光学采样体积方面是重要的。

关键词: 高斯光率 强度分布 粒子计数 光学取样

Intensity Distribution Properties of a Gaussian Laser Beam Focus

Yang Shulian Rong Wei
(*Department of Basic Course, Shandong Institute of Engineering, Zibo, 255012*)

Abstract: A generalized method for determing the properties of a Gaussian laser beam focus including waist radius, position, and intensity distrbution is presented in this paper. The illuminated area as a function of intensity in a plane of the laser beam is analesed. The results are important in determination of the optical sampling volume of laser particle counter.

Key words: Gauss ianlaser beam, intensity distribution, particle counter, opticala sampling volume

1 引言

利用光散射法测定粒子浓度的光学粒子计数器，已在越来越多的领域中得到应用，早期的光学粒子计数器是用白炽光源照明[1]，因此，其测量下限受到限制。随着生产的发展，需要测量亚微米级粒子的大小和浓度，白光粒子计数器已不能适用这种需要，为此，人们采用了激光作为光学粒子计数器的光源[2]。具有 TEM_{00} 模的激光束与使粒子信号衰减的阈值噪音耦合，使得粒子计数器的精度极限与能够探测的最小粒子的直径一致，即与粒子通过具有最大照明强度的焦点时，在噪音背景上能够产生探测信号的粒子的直径一致；对于小于这个精度极限的粒子，其采样体积为零，即无论激光束焦点的哪一部分，小粒子通过它时，在噪音背景上，都不能产生散射光信号。具有大的光散射截面的粒子在噪音背景上衰减后，甚至当粒子通过较低照明强度的离轴焦点的敏感区域时，都能产生足够的探测信号。本文给出了高斯激光束焦点的强度分布的数学表达

* 1995年12月14日收到,96年3月20日录用

式、图形以及它们和激光粒子计数器的关系。

2、理论分析

Dickson [3] 指出，只要截断光束不小于光束直径的$\frac{1}{e^2}$的两倍，在整个受衍射限制的光学系统中光束就保持高斯径向强度分布，在垂直于光束传播方向（z 轴）平面内的高斯光束的强度分布为

$$\frac{I(r,Z)}{I(0,Z)} = \exp[-2r^2 / w(Z)^2] \tag{1}$$

其中 r 为径向座标，$W(Z)$ 是 Z 点光束强度为最大光强的$\frac{1}{e^2}$的光束半径，Dickson 也得出了激光束通过一透镜后的关系式，即

$$z_0 = \frac{f[Zi(Zi-f)+f_F^2]}{(Zi-f)^2+f_F^2} \tag{2}$$

$$\omega_0 = \frac{\omega i f}{[(Zi-f)^2+f_F^2]^{1/2}} \tag{3}$$

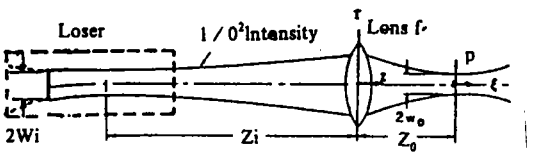

图1

如图 1.Zi 是入射光束的腰到透镜的距离；Z_0 是透镜到出射光束的腰的距离；ω_i 是入射光束腰半径；ω_0 是出射光束腰半径，它表明了焦点的大小；f 是透镜焦距；$f_F = \pi\omega_i /$ 入是量纲参数，其中 λ 是波长。

方程(2)和(3)对小角度的光学系统是成立的，为了便于计算，对上述表达式进一步无量纲化。

令 $$\eta = (Zi)/f \tag{4}$$

$$\delta = (\pi\omega_i^2)/(Zi\lambda) \tag{5}$$

$$v = Z/Zi \tag{6}$$

$$\mu = \omega(Z)/\omega_i \tag{7}$$

通过上述无量纲方程，改写方程 (2) 和方程 (3) 得到无量纲的出射光焦点腰位置 v_0 和腰半径 μ_0。

$$v_0 = \frac{\eta(1+\sigma^2)-1}{\eta^2(1+\sigma^2)-2\eta+1} \tag{8}$$

$$\mu_0 = [(\eta-1)^2+\eta^2\sigma^2]^{-\frac{1}{2}} \tag{9}$$

下面讨论激光在光束平面内的强度分布，它在激光粒子计数器系统中是非常重要

的，为了计算方便，建立一个新的座标系，设座标原点位于出射光束腰中心：

$$\xi = \frac{1}{\sigma\mu_0^2}\left(\frac{Z - Z_0}{Zi}\right) \tag{10}$$

$$\rho = r / \omega_0 \tag{11}$$

其中 r 是激光平面内的径向座标，ρ 和 ξ 分别为无量纲的径向和轴向座标，只要出射光束腰的性质知道了，从腰开始的任何距离处的光束的直径即可计算，光束轴上的光强可从能量转换得到[2]。通过以上分析及方程(1)，得到

$$\frac{I(\rho,\xi)}{I(0,0)} = \frac{1}{(1+\xi^2)}\exp[-2\rho^2/(1+\xi^2)] \tag{12}$$

方程(12)在通常情况下是适用的，通过方程(10)和(11)可以转换到空间座标，方程(12)的强度轮廓图如图2。图2中的曲线关于 ξ 轴旋转形成的旋转体表面是一个等强度表面，图2中强度接近于焦点强度的椭球形轮廓明显地偏离了 $\frac{1}{e^2}$ 焦点强度轮廓，此结果表明，如果把光敏区近似为椭球会引进较大的误差。

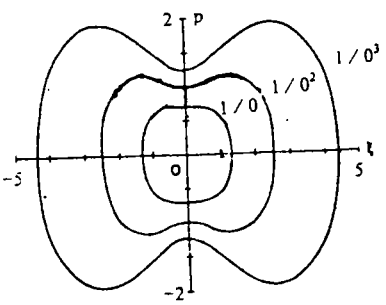

图2

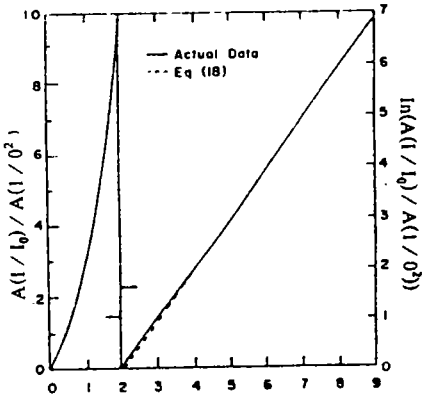

图3

3、结果讨论

在激光粒子计数器中只有那些通过激光焦平面的粒子，在噪音背景上能够探测到。因为在此位置入射激光束有足够的入射光强度，对于任何给定的粒子计数器结构，一定大小的粒子（对应于光散射截面）只有被大于或等于 $\frac{I_0}{e^2}$ 的入射光照射才能探测到（其中 I_0 是焦点处最大光强 $I(0,0)$）。因此，只有当粒子通过图2所示的 $\frac{1}{e^2}$ 轮廓内时，才能探测到，相应地，粒子的光学采样速率正比于 $\frac{1}{e^2}$ 轮廓的截面积 $A(\frac{1}{e^2})$ 和流速。因此，光学采样速率依赖于粒子的粒径。在激光平面内，光强度相等的轮廓包围的面积显然是比较重要的，为了确定大于或等于入射光强度 I 照明的面积 $A(I/I_0)$，需解下列方程

$$A(I/I_0) = 4\int_0^{\xi max}\int_0^{\rho max} d\rho d\xi \tag{13}$$

其中 ξ_{max} 代表 ξ 轴上 I/I_0 的截距；ρ_{max} 是 I/I_0 在某些 ξ 值的半径位置，二者由方

程 (12) 确定，对方程 (13) 编程，在 AST486 上得其数据积分

$$A(\frac{1}{e^2}) = 10.2278[(\pi\omega_0^3)/\lambda] \tag{14}$$

在 ρ 和 ξ 座标系中，数值系数代表无量纲面积。见图 3。图 3 画出了非量纲化的面积比 $(A(I/I_0)/A(1/e^2))$ 和峰值强度比值 (I/I_0) 之间的关系。在图 3 中画出了两个极限情况和两极限情况之间的过渡区域，下面分别讨论之。

(1) I/I_0 较小的情况

在远离焦点处，激光强度较小，而 ρ，ξ 较大，则在图 3 中强度轮廓接近于 ρ 轴的两个圆的切线。这是因为在 $\xi = 0$，ρ 截距随着 I/I_0 对数增加；而在 $\rho = 0$，ξ 截距如方程 (12) 平方根变化，在上述极限情况，面积比的自然对数和峰值强度比值成线性关系，即

$$-\ln\frac{A(I/I_0)}{A(1/e^2)} = 2.0992 + \ln I/I_0 \tag{15}$$

(2) I/I_0 较大的情况

在接近焦点中心，即 ρ 和 ξ 较小，相等的强度轮廓接近椭球，它可以从方程 (12) 关于原点的 Taylor 级数展开中得到，在这种情况下，面积比正比于 $\ln I/I_0$，而此线性范围是相当小的，如图 3。

(3) 曲线拟合近似

图 3 中实际的 $A(I/I_0)$ 曲线是已拟合过的，在整个 I/I_0 范围内，以 1.56% 的最大误差进行多项式拟合，I/I_0 可以分成三个部分。

$$O \leqslant -\ln I/I_0 \leqslant 2$$

$$\frac{A(I/I_0)}{A(1/e^2)} = 0.2205[-\ln(I/I_0)] + 0.0464[-\ln(I/I_0)]^2 + 0.0455[-\ln(I/I_0)]^3$$

$$2 \leqslant -lnI/I_0 \leqslant 6$$

$$\frac{A(I/I_0)}{A(1/e^2)} = 11.38 - 16.73[-\ln(I/I_0)] + 9.433[-\ln(I/I_0)]^2 - 2.280[-\ln(I/I_0)]^3 + 0.2246[-\ln(I/I_0)]^4$$

$$6 < -\ln(I/I_0) < \infty$$

$$\frac{A(I/I_0)}{A(1/e^2)} = 0.1226(I_0/I)$$

4、结束语

为了决定 TEM_{00} 激光束焦点的性质，本文通过分析提供了一个普遍方法，对于多

透镜系统，方程(2)和(3)将通过前边透镜输出光的腰作为后一透镜的输入光的腰对每一透镜进行计算，最后，本文对照明面积(光敏区)作为强度的函数进行了分析，这些分析对在线激光粒子计数器的光学采样体积的决定是相当重要的。通过上面分析知道，高斯激光束焦平面的强度分布如图 2 所示，即光敏区的光强度分布是不均匀的，由此引起了粒子散射光强度和粒子通过的路径有关，故使得大粒子和光敏区的边缘产生的信号与小粒子和光敏区的中心产生的信号相混淆，致使激光粒子计数器产生误差，为了避免产生这种误差，在激光粒子计数器中，需对光敏区的光强进行均匀化处理。

参考文献

[1] B.Y.H.Liu,R.N.Berglund, and J.K.Aarwal, *Atmos. Environ.***8**717(1974)

[2] E.D.Hirleman and L.K.Witting, *Sixteenth Symposium (International) on Combustion* (The Combustion Insitute, Pittsburgh, 1977),245

[3] L.D Dickson. *Appl. opt.*,**9**, 1854(1970).

(上接 372 页)

参考文献

[1] Mengyan Shen and Xurong Xu, *Sol. St Comm* **72**,803(1989)

[2] Xurong Xu, et al., *J. Crys. Grow.*, **117**,935(1992).

[3] Muller G.O., et al., *Proc IDRCP.* **16**(1991)

[4] Muller G.O., Mach R., Reinsperger G.U., *J. Cryst Growth* **117**,948(1992)

[5] Mach R., *Proc. EL* **39**(1992).

[6] 陈立春等，发光学研究及应用，P.8(1992).

[7] Chen Y.S.and Krupka D.C., *J.APPl. Phys.* **43**,4089(1972).

作者简介

徐征，男，1959 年 9 月生于北京，1983 年毕业于东北师大物理系，获得学士学位，现为天津理工学院材料物理所工程师。大学毕业后，主要从事固体发光方面的基础研究和显示器件的开发工作，在这其间，曾多次获得发明奖和优秀论文奖等，发表学术论文 30 余篇。